

# Нелинейная динамика доменных границ в ферромагнетиках с учетом возбуждения магнитных солитонов на дефектах

Екомасов Е.Г.<sup>†</sup>, Гумеров А.М.

<sup>†</sup>EkomasovEG@gmail.com

Башкирский государственный университет, ул. З. Валиди 32, 450074 Уфа

## Nonlinear dynamics of domain walls in ferromagnetics taking into account excitation of magnetic solitons on defects

E.G. Ekomasov, A.M. Gumerov

Bashkir State University, Z. Validi St. 32, 450074 Ufa

С помощью численных методов изучена нелинейная динамика одиночной доменной границы в ферромагнетике, имеющем область с неоднородностью константы магнитной анизотропии, описываемой функциями прямоугольной или гауссовой формы. Получена зависимость минимальной скорости, необходимой для преодоления области дефекта, от параметров материала и от параметров возбуждаемой в дефектной области магнитной неоднородности бризерного типа. Проведено сравнение с известными аналитическими и численными результатами.

**Ключевые слова:** доменная граница, ферромагнетик, магнитный бризер, дефект, нелинейная динамика.

In this work we investigate numerically the nonlinear dynamics of the interaction of a single-domain wall with the region of inhomogeneity of the magnetic-anisotropy constant (of rectangular or gaussian shape) in ferromagnetic. The dependence of the minimum velocity necessary for passing through the inhomogeneous region is obtained as the function of the material parameters and parameters of the magnetic breather, which is excited in the region of the defect. Comparison with the known analytical and numerical results is made.

**Keywords:** domain wall, ferromagnetic, magnetic breather, defect, nonlinear dynamics.

### 1. Введение

Одним из теоретических направлений исследования влияния дефектов на магнитные неоднородности является учет, в рамках термодинамической теории, возможности пространственной зависимости параметров материала [1-3]. Особенно интересен случай, когда размер магнитной неоднородности и размер, характеризующий неоднородность параметров материала, одного и того же порядка. Тогда форма магнитной неоднородности должна сильно претерпевать изменения при прохождении через неоднородную область [4]. В статическом случае такой подход позволяет определить критические поля зарождения магнитных неоднородностей, найти кривые намагничивания, коэрцитивную силу [3,5]. Есть и экспериментальные работы [6,7], показывающие возможность того, что наличие дефектов в ферромагнетиках может приводить к неоднородности константы магнитной анизотропии (НКМА). В динамическом случае задача, при определенных условиях, сводится к изучению модифицированного уравнения синус-Гордона (УСГ) с переменными коэффициентами [8,9]. К настоя-

щему времени разработана теория возмущений, позволяющая для уравнения данного типа, в принципе, найти как движение центра масс кинка УСГ, так и изменение его формы, излучение малых колебаний и возбуждение примесных мод [4,10]. Однако для случая магнетиков она была использована только для нахождения закона движения центра масс доменной границы (ДГ), и то, в частном случае неоднородности параметров материалов [8,9]. Численно также было исследовано влияние на динамику ДГ вида функции, описывающей неоднородность константы магнитной анизотропии (НКМА), и показано, что сильное влияние на минимальную скорость, необходимую для прохождения через неоднородную область, оказывает не столько форма, сколько площадь неоднородности [11]. Однако ранее, с помощью теории возмущений, было найдено, что минимальная скорость кинка в определенных случаях сильно зависит от величины примесной моды [10]. Поэтому представляет интерес исследование прохождения ДГ через плоский тонкий слой с магнитной анизотропией, отличающейся от значения во всем объеме, с учетом возбу-

ждения магнитной неоднородности, особенно для больших неоднородностей параметров материала.

## 2. Метод решения и основные уравнения

Рассмотрим бесконечный ферромагнетик, кристаллографические оси которого  $(a,b,c)$  совпадают с декартовыми осями координат  $(x,y,z)$ . Геометрия рассматриваемой модели показана на рис.1, где  $\mathbf{m}$  – ферромагнитный вектор, величина  $W$  характеризует ширину неоднородности, расположенной между точками  $x_1$  и  $x_2$ ,  $\theta$  – угол в плоскости  $yz$  между направлением вектора  $\mathbf{m}$  и осью легкого намагничивания (ось  $Oz$ ).

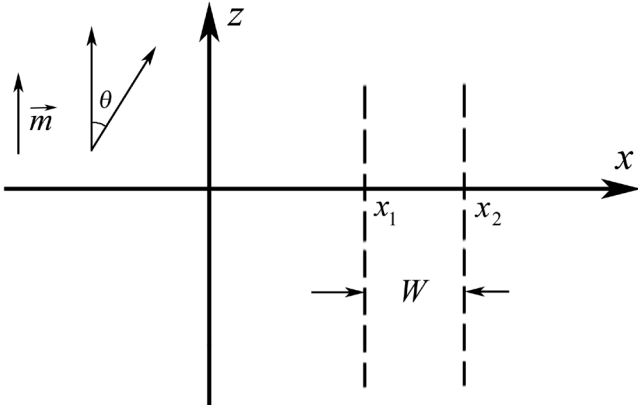


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой модели.

Учитывая в плотности энергии магнетика обменное взаимодействие и анизотропию, уравнение движения для намагниченности в угловых переменных  $\mathbf{m} = \mathbf{m}(0, \cos\theta, \sin\theta)$  можно представить в безразмерном виде [9]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{1}{2} f(x) \sin 2\theta = 0 \quad (1)$$

где  $f(x)$  – функция, определяющая НКМА. Координата  $x$  нормирована на  $\delta_0$ , где  $\delta_0$  – ширина статической блоховской ДГ, время  $t$  нормировано на  $\delta_0/c$ ,  $c$  – предельная уокеровская скорость стационарного движения [2]. Уравнение (1), интенсивно изучаемое в настоящее время, – модифицированное уравнение синус-Гордона (УСГ) с переменными коэффициентами. Хотя имеется хорошо разработанная теория возмущений для этого уравнения [4,8-10], для рассматриваемых нами случаев функций  $f(x)$  необходимо использовать численные методы.

Наиболее интересен случай, когда размер ДГ и размер, характеризующий неоднородность параметров материала, одного и того же порядка, тогда форма доменной границы должна претерпевать сильные изменения, при прохождении через неоднородную область. Функцию  $f(x)$  будем брать либо прямоугольного вида [3,5,11]:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & |x| > W/2 \\ 1 - \Delta K, & |x| \leq W/2 \end{cases} \quad (2)$$

либо в виде функции гауссового типа:

$$f(x) = 1 - \Delta K \exp\left[-\left(\frac{4x}{W}\right)^2\right] \quad (3)$$

где  $W = (x_2 - x_1)$  – ширина дефекта.

Для исследования нелинейной динамики ДГ уравнение (1) решалось численно, с использованием явной схемы интегрирования [12,13]. Дискретизация уравнения проводилась по стандартной пятиточечной схеме типа «крест», обладающей условием устойчивости  $(\Delta t/\Delta h)^2 \leq 0.5$ , где  $\Delta t$  – шаг по времени,  $\Delta h$  – шаг по координате. Для аппроксимации функции  $\theta(x,t)$  использовалось  $N_x = 10001$  точек. Распределение намагниченности в начальный момент времени задавалось в виде блоховской ДГ, движущейся с постоянной скоростью  $v_0$ :  $\theta(x,t) = 2\text{arctg}(\exp[\Delta(v_0)(x - v_0 t)])$ , где  $\Delta(v_0) = (1 - v_0^2)^{-1/2}$ . Граничные условия имеют вид:  $\theta(-\infty, t) = 0$ ,  $\theta(+\infty, t) = \pi$ ,  $\theta'(\pm\infty, t) = 0$ . Зная структуру ДГ в каждый момент времени, вычислялись ее основные динамические характеристики.

Контроль над погрешностью результата, накапливаемой в течение компьютерного эксперимента, осуществлялся с помощью известного точного решения уравнения (1) для случая  $f(x) = 1$  в виде кинка, движущегося с постоянной скоростью  $v_{\text{const}}$ :

$$\theta(x,t) = 2\text{arctg}(\exp[\Delta(v_{\text{const}})(x - v_{\text{const}} t)]) \quad (4)$$

Результат сравнения численного и аналитического решений приведен на рис. 2. Характер кривых согласуется с результатами, полученными в работе [14], в которой рассмотрено несколько способов численного решения нелинейных дифференциальных уравнений и обсуждаются причины возникновения погрешностей. Приведенная погрешность рассчитывалась следующим образом: в заданный момент времени максимальное отклонение численного от аналитического решения нормировалось на характерную величину  $\pi$ :

$$\varepsilon = \max |\theta(x,t) - \theta^*(x,t)| / \pi \quad (5)$$

где  $\theta(x,t)$  – численное решение уравнения (1),  $\theta^*(x,t)$  – аналитическое решение (4).

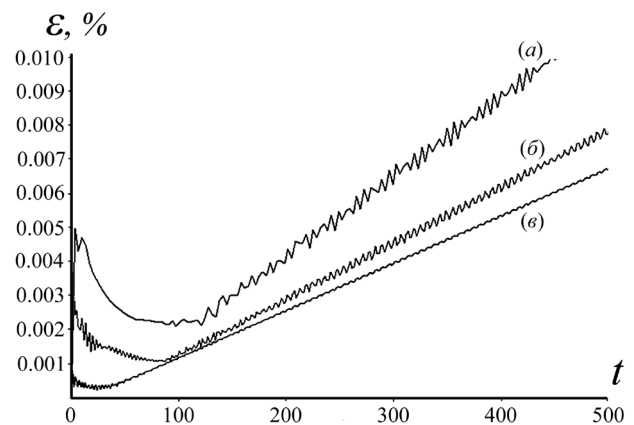


Рис. 2. Зависимость максимальной приведенной погрешности  $\varepsilon$ , накапливаемой численной схемой, от времени  $t$  при различном значении параметра  $N_x$ : (а) – 1024, (б) – 2048, (в) – 10001.

Интересно отметить, что во всех случаях погрешность имеет минимум в ненулевой момент времени. Подобное поведение, по-видимому, связано с тем, что начальное условие задается с конечной точностью, и мо-

делируемая система в течение определенного промежутка времени «выходит на стационар».

Важным моментом является и то, что для небольшого увеличения точности расчета необходимо многократное увеличение числа точек аппроксимации. С учетом условия устойчивости, увеличение параметра  $N_x$  от значения 1024 до 10001 приводит к увеличению «трудоемкости» вычислений, приблизительно в 95 раз. Поэтому дальнейшее увеличение числа точек можно считать не целесообразным.

Однако на точность вычисления динамических характеристик моделируемой системы (например, частота колебаний центра ДГ или бризера) наибольшее влияние оказывает не столько абсолютная величина накопленной погрешности, сколько амплитуда ее «осцилляции» (на рис. 2. кривая в наиболее гладкая).

### 3. Результаты численных расчетов

При рассмотрении динамики пересечения ДГ области НКМА типа «потенциальная яма», было обнаружено, что для функции вида (2) и (3) возможны три разных случая. В зависимости от начальной скорости, ДГ либо останется колебаться в области НКМА («захват» ДГ), либо продолжит движение в прежнем направлении, либо произойдет резонансное отражение от области НКМА. На рис. 3 приведена типичная картина динамики ДГ для случая  $f(x)$  вида (2).

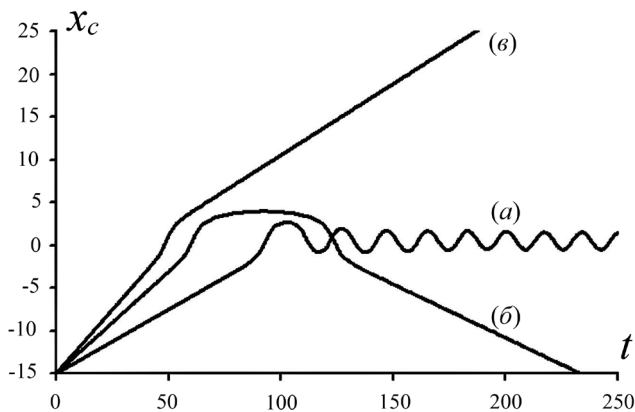


Рис. 3. Зависимость координаты центра ДГ  $x_c$  от времени  $t$  при  $W = 1$ ,  $\Delta K = 0,8$  для различных начальных скоростей движения кинка  $v_0$ : (а) –  $v_0 = 0,15$  (захват ДГ в области дефекта), (б) –  $v_0 = 0,23875$  (отражение ДГ от области дефекта), (в) –  $v_0 = 0,3$  (прохождение ДГ через область дефекта). Центр дефекта расположен в точке с координатой  $x = 0,5$ .

Можно вычислить также минимальную скорость ДГ –  $v_{min}$ , необходимую для преодоления области дефекта. Ранее было показано [11], что для случая «небольших» дефектов на  $v_{min}$  оказывает влияние не столько форма дефекта, сколько площадь его профиля, которую можно определить следующим образом (соответственно для функций вида (2) и (3)):

$$S_1 = \Delta KW, \quad S_2 = \frac{\Delta KW}{4} \sqrt{\pi} \quad (6)$$

Причем для случая малых НКМА было найдено следующее выражение для минимальной скорости [11]:

$$v_{min} = \sqrt{S/2} \quad (7)$$

и выражение (7) показывало хорошее соответствие с результатами численного эксперимента. Однако для кинков УСГ [10] было также показано, что с увеличением параметров дефекта потерями на возбуждение примесной моды пренебречь уже нельзя.

Результаты численных расчетов  $v_{min}$  для случая «небольших» дефектов вида (2) и (3) представлены на рис.4. Видно, что с увеличением  $S$  (то есть увеличением параметров НКМА) возрастает и различие в значениях  $v_{min}$ , в зависимости от того, как именно выбираются параметры  $W$  и  $\Delta K$ . В приведенном случае  $\Delta K$  является фиксированным (задаваемым) параметром, а  $W$  подбирается в каждой точке из условий (6). Различие в  $v_{min}(S)$  можно объяснить с учетом того, что теперь часть кинетической энергии ДГ идет еще и на возбуждение магнитной неоднородности типа бризер, энергия которой  $E \sim (1 - \omega_{br}^2)^{1/2}$ . Подобный характер зависимости  $v_{min}(S)$  связан с тем, что частота колебаний возбуждаемого бризера зависит от вида функции, описывающей НКМА (рис. 5). Если для малых значений  $S$  величины частот возбуждаемой примесной моды  $\omega_{br}$  практически одинаковые, то для больших значений  $S$  наблюдается возрастание разницы в величинах  $\omega_{br}$ , в зависимости от выбора параметров  $W$  и  $\Delta K$  для задания определенного значения  $S$ .

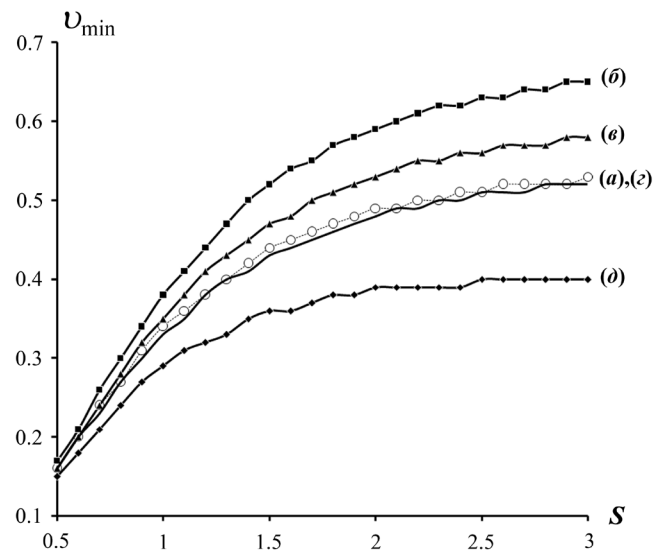
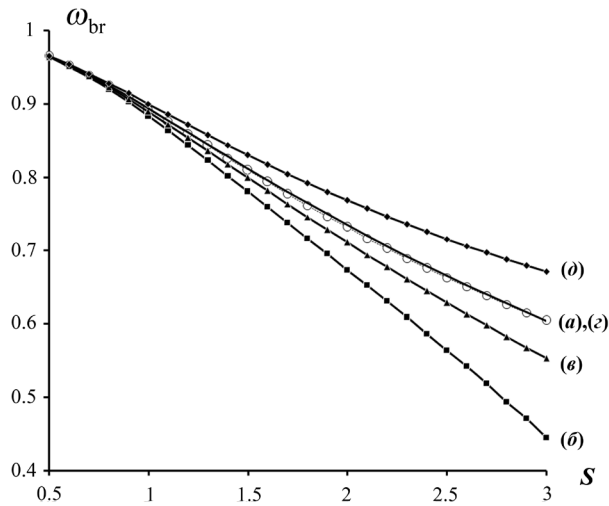
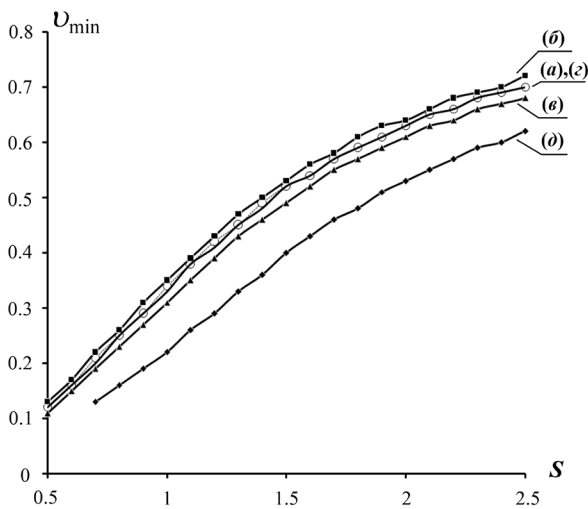


Рис. 4. Зависимость минимальной скорости  $v_{min}$  от параметра  $S$  при: (а) – функция  $f(x)$  вида (2),  $\Delta K = 1$ ; (б) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 2,0$ ; (в) – функция  $f(x)$  вида (3):  $\Delta K = 1,5$ ; (г) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 1,265$ ; (д) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 1,0$

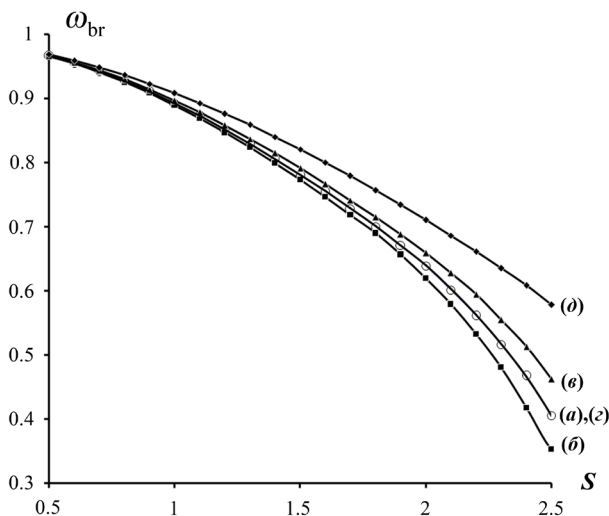
Для ответа на вопрос, при каких условиях дефекты, описываемые функциями разного вида, будут иметь одинаковые значения  $v_{min}$ , обратимся к рис. 4 и 5. Из них видно, что кривые (а) и (г) практически полностью совпадают, хотя и соответствуют функциям различной формы – (2) и (3) соответственно. Таким образом, для дефектов различной формы можно подобрать параметр  $\Delta K$  таким образом, что в случае равенства значений  $S$



**Рис. 5.** Зависимость частоты колебаний бризера  $\omega_{br}$  от параметра  $S$  при: (а) – функция  $f(x)$  вида (2),  $\Delta K = 1$ ; (б) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 2,0$ ; (в) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 1,5$ ; (г) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 1,265$ ; (д) – функция  $f(x)$  вида (3),  $\Delta K = 1,0$



**Рис. 6.** Зависимость минимальной скорости  $v_{min}$  от параметра  $S$  при: (а) – функция  $f(x)$  вида (2):  $W = 1$ ; (б) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 1,5$ ; (в) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 2,0$ ; (г) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 1,715$ ; (д) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 3,0$



**Рис. 7.** Зависимость частоты колебаний бризера  $\omega_{br}$  от параметра  $S$  при: (а) – функция  $f(x)$  вида (2),  $W = 1$ ; (б) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 1,5$ ; (в) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 2,0$ ; (г) – функция  $f(x)$  вида (3):  $W = 1,715$ ; (д) – функция  $f(x)$  вида (3),  $W = 3,0$

будут также равны и частоты возбуждаемых бризеров, тогда и  $v_{min}$  будут также попарно равны.

Отметим также, что аналогичный анализ изменения  $\omega_{br}$  и  $v_{min}$  в зависимости от значений  $S$  при различных способах выбора параметров, был проведен для случая, когда фиксируется параметр  $W$ , а изменяется параметр  $\Delta K$ . Результаты расчетов показали тот же качественный характер зависимостей  $\omega_{br}$  и  $v_{min}$  от  $S$  (см. рис. 6,7). Хотя необходимо отметить и следующую из рисунков неодинаковость во влиянии параметров  $W$  и  $\Delta K$  на величины  $\omega_{br}$  и  $v_{min}$ .

*Работа поддержана грантом РФФИ 10-02-00594-а.*

## Литература

1. S.V. Vonsovskii. Magnetism. Moscow, Nauka (1971) 1031p. (in Russian).
2. A. Hubert, R. Schafer. Magnetic domains. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag (1998) 696 p.
3. V.V. Plavskii, M.A. Shamsutdinov, E.G. Ekomasov, A.G. Davletbaev. Fizika Metallov i Metallovedenie **75**, 26 (1993) (in Russian) [V.V. Plavskii, M.A. Shamsutdinov, E.G. Ekomasov, A.G. Davletbaev. Phys. Met. Metallogr. **75**, 589 (1993)].
4. A.M. Kosevich, A.S. Kovalev. Vvedenie v nelineinuyu fizicheskuyu mehaniku. Kiev, Naukova dumka (1989) 304 p. (in Russian).
5. M.A. Shamsutdinov, V.G. Veselago, M.M. Farztdinov, E.G. Ekomasov. Fizika Tverdogo Tela **32**, 497 (1990) (in Russian) [M.A. Shamsutdinov, V.G. Veselago, M.M. Farztdinov, E.G. Ekomasov. Phys. Solid State **32**, 288 (1990)].
6. A.M. Balbashov, A.V. Zaleski, V.G. Krivenko, E.V. Sinitsyn. Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. **14**, 293 (1988) (in Russian) [A.M. Balbashov, A.V. Zaleski, V.G. Krivenko, E.V. Sinitsyn. Tech. Phys. Lett. **14**, 129 (1988)].
7. M.V. Chetkin, A.P. Kuz'menko, A.V. Kaminskii, V.N. Filatov. Fizika Tverdogo Tela **40**(9), 1656 (1998) (in Russian) [M.V. Chetkin, A.P. Kuz'menko, A.V. Kaminskii, V.N. Filatov. Phys. Solid State **40**, 1506 (1998)].
8. M.A. Shamsutdinov, V.N. Nazarov, I.U. Lomakina, A.T. Kharisov, D.M. Shamsutdinov. Ferro- and antiferromagnitodynamika. Nonlinear Oscillations, waves and solitons. Moscow, Nauka (2009) 456 p. (in Russian).
9. D.J. Paul. J. Phys. C: Solid State Phys. **12**(3), 585 (1979).
10. O.M. Brown, J.S. Kivshar. The Frenkel-Kontorova model: Concepts, methods, and applications. Springer (2004) 519 p.
11. E.G. Ekomasov, M.A. Shabalin. Phys. Met. Metallogr. **101**, 48 (2006).
12. E.G. Ekomasov, A.M. Gumerov. Perspektivnye materialy. **12**, 104 (2011) (in Russian).
13. A.M. Gumerov, E.G. Ekomasov, R.R. Murtazin. Hroniki ob'edinennogo fonda elektronnykh resursov <Nauka i obra-zovanie>, 5 (2010) URL: <http://ofernio.ru/portal/newspaper/ofernio/2010/5.doc>.
14. N.M. Sheryhalina, S.S. Porechnyi. Vestnik UGATU. **11**(1), 181 (2008) (in Russian).