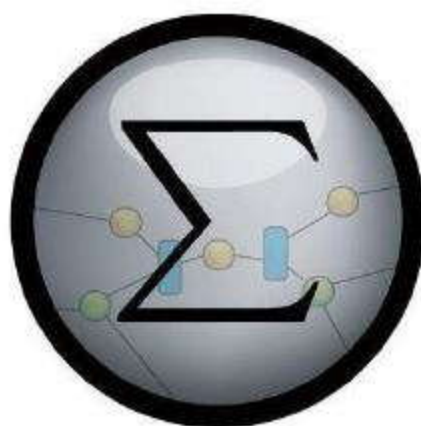


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
С ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРОМ УФИЦ РАН
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ПРИВОЛЖСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА

СБОРНИК ТЕЗИСОВ
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА – 2020»

г. Уфа, 11 – 14 ноября 2020 г.



СЕКЦИЯ «НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

НАУЧНО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «АЭТЕРНА»
УФА - 2020

УДК 517.9
ББК 22

Мероприятие проводится при финансовой поддержке
РФФИ, проект № 20-01-22025

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н. **З.Ю. Фазуллин** (отв. редактор);
д.ф.-м.н. **М.Г. Юмагулов**;
д.ф.-м.н. **О.А. Кривошеева**;
А.С. Белова (отв. секретарь)

**МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА -
2020»:** сборник тезисов (г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г). / отв. ред. З.Ю.
Фазуллин. – Уфа: Аэтерна, 2020. - 276 с.

В сборнике представлены тезисы докладов участников Международной научной конференции «Уфимская осенняя математическая школа - 2020» (г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г.). Целью конференции являлось детальное обсуждение новейших результатов и открытых проблем в спектральной теории, нелинейном и комплексном анализе, вычислительной математике, математическом моделировании. Материалы сборника предназначены для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, интересующихся указанными проблемами.

ISBN 978-5-00177-038-1

© БашГУ, 2020

© ООО «АЭТЕРНА», 2020

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

***«УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА – 2020»***

СЕКЦИЯ «НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г.

недостатки — сложность перехода в многомерное пространство, а также общие ограничения и сторонние эффекты такого подхода — необходимость брать достаточно большое окно, чтобы долговременное переотражение не оказывало чрезмерного влияния при переходе через границу временного интервала, в силу предположения о цикличности сигнала.

Литература

1. *Антовец И.В.* Распространение волн через многоклобные структуры. Часть шестая. Метод исключения: монография / И.В. Антовец, В.И. Щеглов. — Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2015. — 106 с.
2. *Charney C.H.* Fundamentals of seismic wave propagation — New York: Cambridge University Press, 2004.
3. *Горюхов А.А., Кремлев А.И.* Об унитарности и рекуррентном методе вычисления матрицы рассеяния плоских волн на упругой слоистой среде // Докл. АН СССР **313:2** (1990), 1448-1452.

ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ С ТРЕМЯ ПРЯТЯГИВАЮЩИМИ ПРИМЕСЯМИ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ СИНУС-ГОРДОНА

К.Ю. Самсонов, А.М. Гумеров, Р.В. Кудрявцев, Е.Г. Екомасов

УДК 517.957, 537.611, 51-73

Уравнение синус-Гордона (УСГ) является одним из интенсивно изучаемых нелинейных дифференциальных уравнений математической физики. Данное уравнение описывает волновые процессы в самых разнообразных областях естествознания [1]. Найдены различные точные решения УСГ типа кинка, бризера и некоторые другие решения более сложного мультисолитонного типа.

Ключевые слова: уравнение синус-Гордона

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-31-90048).
Самсонов К.Ю., Тюменский государственный университет, (Тюмень, Россия)
Samsonov K.Yu., Tyumen State University, (Tyumen, Russia)

Гумеров А.М., Башкирский государственный университет (Уфа, Россия)
Gumerov A.M., Bashkir State University, (Ufa, Russia)

Кудрявцев Р.В., Башкирский государственный университет (Уфа, Россия)
Kudryavtsev R.V., Institute for Physics of Molecules and Crystals, UFIC RAS, (Ufa, Russia)

Екомасов Е.Г., Тюменский государственный университет, (Тюмень, Россия),
Башкирский государственный университет (Уфа, Россия) Ekomasov E.G., Bashkir
State University, (Ufa, Russia), Tyumen State University, (Tyumen, Russia)

**Description of the dynamics of nonlinear waves in a
one-dimensional model with three attracting impurities using
the sine-gordon equation**

The sine-Gordon equation (USG) is one of the intensively studied nonlinear differential equations in mathematical physics. This equation describes wave processes in a wide variety of areas of natural science [1]. Various exact solutions of the USG of the kink, breather type, and some other solutions of a more complex multisoliton type are found.

Keywords: sine-Gordon equation

Обычно для использования в реальных физических моделях требуется модификация УСГ, например, путем добавления дополнительных слагаемых и функций. Они могут описывать наличие внешней силы, диссипации в системе, неоднородность параметров среды и др. Хотя получаемое в результате модифицированное уравнение синус-Гордона (МУСГ) уже не имеет точных аналитических решений, разработан и широко применяется ряд аналитических методов (например, теория возмущений для солитонов или метод коллективных координат). Интересно с точки зрения физических приложений изучение влияния пространственной модуляции периодического потенциала (или примеси) на динамику солитонов УСГ. Возбуждение локализованной на примеси волны (примесной моды) в результате рассеяния кинка приводит к значительному изменению его динамики. Ранее были проанализированы структура и свойства локализованных нелинейных волн, возбужденных на одной и двух примесях [2,3]. Было показано, что притягивающая примесь может быть использована для возбуждения мультисолитонов УСГ. В случае, когда на двух примесях возбуждаются локализованные примесные волны, аналитически показано, что их колебания можно описать системой двух гармонических осцилляторов со связью упругого типа. Аналитические результаты качественно совпадают с результатами численного моделирования УСГ (как для двух точечных, так и для двух протяженных примесей). Случай двух примесей дает большее разнообразие новых мультисолитонных решений и динамических эффектов по сравнению со случаем одной примеси. Можно ожидать еще большего разнообразия решений и эффектов при наличии трёх и более примесей в системе. В данной работе исследована динамика примесных мод в модели синус-Гордона с тремя одинаковыми точечными притягивающими примесями, находящимися на одинаковом расстоянии друг от друга. С помощью метода коллективных переменных получена система дифференциальных уравнений (1), приближенно описывающая колебания примесных мод. Полученные уравнения представляют собой уравнения колебательной системы с тремя степенями свободы или трёх связанных гармонических осцилляторов. Колебания системы представляют собой сумму трёх типов гармонических колебаний: синфазного, синфазно-антифазного и антифазного. Найдена зависимость частот гармонических колебаний и их

коэффициентов, определяющих, наряду с начальными условиями, вклад каждой гармоники в колебания примесных мод, от величин неоднородности и расстояния между примесями. Вычислены пределы квадратов частот и коэффициентов при бесконечном расстоянии между примесями, соответствующем случаю не взаимодействующих примесных мод. При уменьшении расстояния между примесями частота синфазных колебаний уменьшается, частота синфазно-антифазных колебаний увеличивается, частота антифазных колебаний увеличивается не так быстро по сравнению с синфазно-антифазным случаем. Найдены зависимости амплитуд примесных мод от времени. В случае возбуждения одной гармоники наблюдаемые колебания гармонические. При возбуждении двух гармоник возникают бистения, колебания похожи на колебания в случае двух одинаковых примесей. При возбуждении трёх гармоник форма колебаний сильно усложняется. Показано, что рассмотренная модель может быть использована, например, для описания и управления динамикой волн намагниченности в мультиклойных магнетиках.

$$\begin{cases} \bar{a}_1 + a_1\omega_1^2 + a_2k_{12} + a_3k_{13} = 0 \\ \bar{a}_2 + a_2\omega_2^2 + (a_1 + a_3)k_{21} = 0 \\ \bar{a}_3 + a_3\omega_3^2 + a_1k_{13} + a_2k_{12} = 0 \end{cases}$$

где $1, 2, 3$ – амплитуды примесных мод, локализованных на первой, второй и третьей примесях $\omega_1^2, \omega_2^2, k_{12}, k_{21}, k_{13}$ – параметры, связанные с размерами примеси и расстоянием примесей друг от друга.

Литература

1. Cuevas-Maraver, J. The Sine-Gordon Model and Its Applications: From Pendula and Josephson Junctions to Gravity and High-energy Physics / J. Cuevas-Maraver, P. G. Kevrekidis, F. Williams (Eds.) // Springer. — 2014. — V. 10. — P. 263.
2. Ekmanov, E. G., Gumerov, A. M., and Murtazin, R. R. Interaction of Sine-Gordon Solitons in the Model with Attracting Impurities, *Math. Models Methods Appl. Sci.*, 2016, vol. 40, no. 17, pp. 6178–6186.
3. Ekmanov, E. G., Gumerov, A. M., Kudryantsev, R. V., Dmitriev, S. V., and Nazarov, V. N., Multisoliton Dynamics in the Sine-Gordon Model with Two Point Impurities, *Braz. J. Phys.*, 2018, vol. 48, no. 6, pp. 576–584.