

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ПРИВОЛЖСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ С ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРОМ УФИЦ РАН
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ ИМ. Р.Р. МАВЛУТОВА УФИЦ РАН
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М. АКМУЛЛЫ

**ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ:
спутник Международной научной конференции
«Уфимская осенняя математическая школа-2020»**

**Тезисы докладов
XI Международной школы-конференции
студентов, аспирантов и молодых ученых**

**11 – 14 ноября 2020 г.
г. Уфа**

**НАУЧНО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «АЭТЕРНА»
УФА - 2020**

УДК 51+53
ББК 22.1+22.3
Ф94

*Сборник издан за счёт финансовых средств
Научно-образовательного математического центра
Приволжского федерального округа,
дополнительное соглашение № 075-02-2020-1421/1
к соглашению № 075-02-2020-1421*

Редакционная коллегия:

д-р физ.-мат. наук, профессор **Б.Н. Хабибуллин** (отв. за выпуск);
д-р физ.-мат. наук, профессор **Е.Г. Екомасов** (отв. редактор);
канд. физ.-мат. наук, доцент **Л.А. Габдрахманова** (отв. редактор)
д-р физ.-мат. наук, профессор **О.А. Кривошеева**;
канд. физ.-мат. наук, доцент **Ф.К. Закирьянов**;
аспирант ФМиИТ БашГУ **А.С. Белова**

Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании:

Ф94 тезисы докладов XI Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (г. Уфа, 11 – 14 ноября 2020 г.) / отв. ред. Е.Г. Екомасов, Л.А. Габдрахманова. – Уфа: НИЦ «АЭТЕРНА», 2020. – 255 с.

ISBN 978-5-00177-062-6

В сборник помещены тезисы докладов участников XI Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании»: спутник Международной научной конференции «Уфимская осенняя математическая школа-2020».

Тезисы докладов воспроизводятся с представленных авторами оригиналов.

УДК 51+53
ББК 22.1+22.3

ISBN 978-5-00177-062-6

© БашГУ, 2020
© НИЦ «АЭТЕРНА», 2020
© Коллектив авторов, 2020

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ син-ГОРДОНА В МОДЕЛИ С ПРИМЕСЬЮ

¹Нерадовский Д.Ф., ¹Самсонов К.Ю., ²Салимов Р.К., ²Екомасов Е.Г.

¹Тюменский государственный университет, г. Тюмень, Россия

²Башкирский государственный университет, г. Уфа, Россия

Одним из простейших модельных уравнений, используемых для изучения нелинейных волновых процессов в теоретической и математической физике, служит уравнение синус-Гордона (УСГ) [1]. Для описания эффектов, вызванных взаимодействием волн с примесями нужно модифицировать УСГ. Это можно сделать включением возмущения периодического потенциала в исходной модели синус-Гордона [2]. Выбор возмущения зависит от того, как примесь влияет на энергетический рельеф: увеличивает (барьер) или уменьшает (яма) фоновый периодический потенциал [2].

В данной работе рассматривается трехмерное УСГ с периодическим потенциалом, возмущенным сферически-симметричной примесью, которая моделируется функцией $f(r)$.

$$u_{rr} + \frac{2}{r}u_r - u_{\pi\pi} = (1 + f(r))\sin u \quad (1)$$

Рассмотрим локализованные стационарные решения $u(r)$, имеющие смысл связанных состояний в потенциальной яме. Эти решения ищутся путем подходящего выбора пробных функций вида:

$$u(r) = \begin{cases} u_1(r), & 0 \leq r < W, \\ u_2(r), & r \geq W, \end{cases} \quad (2)$$

где функция $u_1(r)$ достигает максимума в точке $r = 0$, $u_2(r)$ определяется как решение невозмущенного УСГ в сферически симметричном случае вдали от начала координат, а значение W характеризует ширину примеси. На границе примеси должны выполняться условия сшивания решений (2):

$$u_1(W) = u_2(W), \quad u_1'(W) = u_2'(W). \quad (3)$$

Показано, что в этом случае функция, описывающая пространственную неоднородность периодического потенциала будет иметь вид «потенциальной ямы», глубина которой зависит от параметра ширины W . С

увеличением ширины «ямы» ее максимальная глубина убывает, стремясь к нулю, т.е. $\lim_{W \rightarrow \infty} f(r=0, W) = 0$.

Таким образом, пространственная неоднородность, моделируемая возмущением периодического потенциала в модели синус-Гордона, типа «потенциальной ямы», допускает существование стационарных, локализованных решений модифицированного УСГ в трехмерном случае, аналогичных связанным состояниям при наличии потенциальной ямы в системе в квантовой механике.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90048.

Литература

1. Браун, О.М. Модель Френкеля-Конторовой: Концепции, методы, приложения // О.М. Браун, Ю.С. Кившарь. Пер. с англ. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 536с.
2. Екомасов, Е.Г. Солитоны модифицированного уравнения синус-Гордона. Учебное пособие // Е.Г. Екомасов. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2009. — 94 с.

© Нерадовский Д. Ф., Самсонов К. Ю.,
Салимов Р. К., Екомасов Е. Г., 2020 г.